

江苏省仪征中学 2025 届高三数学二模复习题 (4)

班级_____姓名_____日期_____评价_____

一、单项选择题:

1. i 是虚数单位, 复数 $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = 4 - 2i$, $\bar{z}_3 = 2 + i$ ($\bar{z}_3$ 是 z_3 的共轭复数), 则 $\frac{|z_1| - z_2}{z_3} = (\quad)$

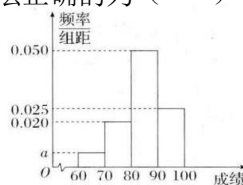
- A. $-i$ B. i C. $\frac{3}{5}i$ D. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{y \mid y = x^2 + 1\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $C_U(A \cap B) = (\quad)$

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

3. 某校举办了数学知识竞赛, 把 1000 名学生的竞赛成绩(满分 100 分, 成绩取整数)按 $[60, 70]$, $[70, 80]$, $[80, 90]$, $[90, 100]$ 分成四组, 并整理成如图所示的频率分布直方图, 则下列说法正确的为 $(\quad)$

- A. a 的值为 0.015
B. 估计这组数据的众数为 80
C. 估计这组数据的第 60 百分位数为 87
D. 估计成绩低于 80 分的有 350 人



4. 在空间四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD = 3$, E, F 分别是 AD, BC 上的点, 且 $EF = \sqrt{6}$, $AE:ED = BF:FC = 1:2$, 则 AB 与 CD 所成角的余弦值为 $(\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

5. 已知 F 为抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点, 过点 F 的直线与抛物线 C 及其准线 l 的交点从上到下依次为 P, N, M , 若 $|MN| = 2|FN|$, 则以 F 为圆心, $|PF|$ 为半径的圆 F 方程为 $(\quad)$

- A. $x^2 + (y - 1)^2 = 16$ B. $(x - 1)^2 + y^2 = 16$
C. $x^2 + (y - 1)^2 = 8$ D. $(x - 1)^2 + y^2 = 8$

6. 若 $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq -\frac{1}{2}\cos 2\omega x + \frac{1}{2}$, 则实数 ω 的最大值为 $(\quad)$

- A. 1 B. 0 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

二、多项选择题:

7. 袋子中有 6 个相同的球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 从中随机取出两个球, 设事件 A = “取出的球的数字之积为奇数”, 事件 B = “取出的球的数字之积为偶数”, 事件 C = “取出的球的数字之和为偶数”, 则 $(\quad)$

- A. $P(A) = \frac{1}{5}$ B. $P(B|C) = \frac{1}{3}$
C. 事件 A 与 B 是互斥事件 D. 事件 B 与 C 相互独立

8. 已知函数 $f(x)$ 对任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, 且 $f(0) \neq 0$, $f(2) = -1$, 则 $(\quad)$

- A. $f(0) = 1$ B. $f(x)$ 是奇函数
C. $f(x)$ 的周期为 4 D. $\sum_{n=1}^{100} n^2 f(n) = 5100, n \in \mathbf{N}^*$

三、填空题:

9. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 2\sqrt{6}$, $AB \perp AC$, $AA_1 = 8$, 则球的表面积为_____.

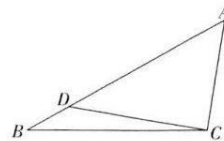
10. 已知函数 $y_1 = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象与函数 $y_2 = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象在公共点处有相同的切线, 则 $a =$ _____, 切线方程为_____.

四、解答题:

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a = b(\sqrt{3}\sin C + \cos C)$.

(1) 求 B ;

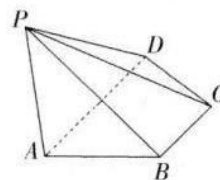
(2) 已知 $BC = 2\sqrt{3}$, D 为边 AB 上的一点, 若 $BD = 1$, $\angle ACD = \frac{\pi}{2}$, 求 AC 的长.



16. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA = PD = AD = CD = 2$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

(1) 证明: $PC \perp BC$;

(2) 若二面角 $P-AD-B$ 的大小为 120° , 求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值.



17. 已知函数 $f(x) = e^x - x^2 + a, x \in \mathbf{R}, \varphi(x) = f(x) + x^2 - x$.

(1) 若 $\varphi(x)$ 的最小值为 0, 求 a 的值;

(2) 当 $a < 0.25$ 时, 证明: 方程 $f(x) = 2x$ 在 $(0, +\infty)$ 上有解.

18. 已知椭圆 E 的两个顶点分别为 $A(-2,0)$, $B(2,0)$, 焦点在 x 轴上, 且椭圆 E 过点 $C\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 设 O 为原点, 不经过椭圆 E 的顶点的直线 l 与椭圆 E 交于两点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2$), 直线 BP 与直线 OC 交于点 H , 点 M 与点 Q 关于原点对称.

(i) 求点 H 的坐标(用 x_1, y_1 表示);

(ii) 若 A, H, M 三点共线, 求证: 直线 l 经过定点.