江苏省仪征中学2024—2025学年度第二学期高二数学学科导学案

## 5.3导数在研究函数中的应用

微专题二：函数的零点

研制人：臧慧林 审核人：鲁媛媛

班级： 姓名： 学号： 授课日期：

【课标表述】

函数的零点问题是高中阶段函数部分的一个重点问题，同时也是一个难点问题，零点问题融合了利用导数研究函数的图象与性质、函数零点的概念、零点存在性定理以及方程的根的分布等一系列知识，具有较强的综合性.常考查函数零点的个数问题，即借助函数的单调性、图象、零点的存在性定理来确定零点个数.总之函数的零点问题的解题思路为：借助函数图象探求零点的个数以及零点的模糊位置，再借助零点存在性定理进行准确判断.

一、学习目标

利用零点存在定理或转化为函数图象交点问题求参数的取值范围、求方程的解（函数的零点）所在的区间等

二、课前自学

1.已知函数 $f(x)=\left\{\begin{matrix}ln⁡x−\frac{1}{2}x+3,&x⩾1,\\x^{2}+\frac{3x}{2},&x<1\end{matrix}\right.$ 则函数 $f(x)$ 的零点个数为（ ）
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2.函数$f(x)=\left(x^{2}−3\right)e^{x}−\frac{1}{x−2}$在区间 $[−3$, 2) $⋃(2,3]$ 上的零点个数为（ ）
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3.设 $a>0$, 函数 $f\left(x\right)=ax^{3}−3x^{2}+1$. 若 $f\left(x\right)$ 存在唯一的零点,则 $a$ 的取值范围是（ ）
A. $\left(2,+\infty \right) $B. $\left(1,+\infty \right) $C. $\left(0,2\right)$ D. $\left(0,1\right)$

4.已知函数 $f(x)=ax^{3}−3x^{2}+1$. 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 $x\_{0}$, 且 $x\_{0}>0$, 则 $a$ 的取值范围是（ ）
A. $\left(2,+\infty \right)$ B. $\left(1,+\infty \right)$ C. $\left(−\infty ,−2\right)$ D. $(−\infty ,−1)$

三、问题探究

例1.已知函数 $f(x)=e^{x}−a(x+1)$, 若 $f(x)$ 有两个零点,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

例2.已知函数 $f(x)=\frac{ln⁡x}{x}−ax,a\in R$. 若曲线 $y=xf(x)$ 与直线 $y=−x$ 有两个公共点,

求实数 $a$ 的取值范围.

例3. 已知函数 $f(x)=a−\frac{1}{x}−ln⁡x(a\in R)$.

(1)若 $a=2$, 求函数 $f(x)$ 在 $\left(1,e^{2}\right)$ 上的零点个数 (e 为自然对数的底数) ；

(2)若 $f(x)$ 恰有一个零点,求 $a$ 的取值集合；

(3)若$f(x)$有两零点$x\_{1},x\_{2}\left(x\_{1}<x\_{2}\right)$, 求证: $x\_{1}+x\_{2}>2$.

例4.已知函数.

（1）讨论的单调性

（2）若有两个零点，求实数的取值范围.

四、小结