**江苏省仪征中学2024—2025学年度高二数学第二学期周练试卷3**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知函数$f(x)$在$R$上可导，其部分图象如图所示，则下列不等式正确的是(    )

A. $\frac{f(3)−f(1)}{2}<f′(1)<f′(3)$ B. $f′(3)<\frac{f(3)−f(1)}{2}<f′(1)$
C. $f′(3)<f′(1)<\frac{f(3)−f(1)}{2}$ D. $f′(1)<\frac{f(3)−f(1)}{2}<f′(3)$

2.下列函数中，在$(0,+\infty )$上为增函数的是(    )

A. $f(x)=sin2x$ B. $f(x)=xe^{x}$ C. $f(x)=x^{3}−x$ D. $f(x)=−x+lnx$

3.函数$f(x)=\frac{3}{2}x^{2}−lnx$的极值为(    )

A. $\frac{1}{2}+\frac{ln3}{2}$ B. $\sqrt[ ]{3}$ C. $2ln3$ D. $3$

4.已知函数$f(x)=(x^{2}+a^{2}x+1)e^{x}$，则“$a=\sqrt[ ]{2}$”是“函数$f(x)$在$x=−1$处取得极小值”的(    )

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5.函数$f(x)=(x^{2}−2x)e^{x}$的图象大致是(    )

  
A. B. C. D.

 6.已知$a+2^{a}=b+3^{b}=2$，则下列不等关系正确的是(    )

A. $b<a<0$ B. $0<a<b<1$ C. $b+2^{a}>a+3^{b}$ D. $bln2a>aln2b$

7.已知定义在$R$上的函数$f(x)$满足$f(x+1)$为偶函数，且当$x>1$时，有$xf′(x)+f(x)>f′(x)$，若$f(2)=1$，则不等式$f(x)<\frac{1}{x−1}$的解集是(    )

A. $(1,2)$ B. $(−\infty ,0)$ C. $(0,1)⋃(2,+\infty )$ D. $(−\infty ,0)⋃(1,2)$

8.已知函数$f(x)=xe^{x+1}−kx+k$，有且只有一个负整数$x\_{0}$，使$f(x\_{0})\leq 0$成立，则$k$的取值范围是(    )

A. $(\frac{2}{3e},\frac{1}{2}]$ B. $(0,\frac{1}{2}]$ C. $[\frac{2}{3e},\frac{1}{2})$ D. $[0,\frac{1}{2})$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.下列求导数运算中不正确的是(    )

A. $(4)′=2$ B. $(lnx)′=\frac{1}{xln10}$ C. $(3^{x})′=x⋅3^{x−1}$ D. $(x^{5})′=5x^{4}$

10.已知函数$f(x)=x^{3}−3x+4$，$x\in [\frac{1}{2},2]$，则下列选项中正确的是(    )

A. 函数$f(x)$在区间$[\frac{1}{2},2]$上单调递增
B. 函数$f(x)$在的值域为$[2,6]$
C. 函数$f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=−3x+4$
D. 关于$x$的方程$f(x)=a$有$2$个不同的根当且仅当$a\in [2,\frac{21}{8}]$

11.对于函数$f(x)=\frac{lnx}{x}$，下列说法正确的有(    )

A. $f(x)$在$x=e$处取得极大值$\frac{1}{e}$
B. $f(x)$有两个不同的零点
C. $f(2)<f(π)<f(3)$
D. 若$f(x)<k−\frac{1}{x}$在$(0,+\infty )$上恒成立，则$k>1$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.已知直线$l$与曲线$y=e^{x−1}$和$y=ln(x+1)$都相切，请写出符合条件的两条直线$l$的方程：                    ．

13.若$x=−1$是函数$f\left(x\right)=\left(x^{2}−ax+1\right)e^{2−x}$的极值点，$f\left(x\right)$的极大值为          ．

14.设$y=f′′(x)$是$y=f′(x)$的导函数$.$某同学经过探究发现，任意一个三次函数$f(x)=ax^{3}+bx^{2}+cx+d(a\ne 0)$的图象都有对称中心$(x\_{0},f(x\_{0}))$，其中$x\_{0}$满足$f′′(x\_{0})=0$．
$(1)$函数$g(x)=\frac{1}{3}x^{3}−x^{2}+3x+1$的对称中心为           ；
$(2)$现已知当直线$kx−y−k+1=0(k\in R)$和$ℎ(x)=ax^{3}+bx^{2}+\frac{5}{3}$的图象交于$A(x\_{1},y\_{1})$，$B(x\_{2},y\_{2})$，$C(x\_{3},y\_{3})(x\_{1}<x\_{2}<x\_{3})$三点时，$ℎ(x)$的图象在点$A$，点$C$处的切线总平行，则过点$(b,a)$可作$ℎ(x)$的           条切线．

四、解答题：本题共**5**小题，共**77**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题$13$分$)$已知函数$f(x)=(x−\sqrt[ ]{2x−1})e^{−x}(x\geq \frac{1}{2}).$
$(1)$求$f(x)$的导函数；
$(2)$求$f(x)$在区间$[\frac{1}{2},+\infty )$上的取值范围．

16.$($本小题$15$分$)$已知函数$f(x)=x^{3}−x^{2}+ax+1$．
$(1)$讨论$f(x)$的单调性；
$(2)$求曲线$y=f(x)$过坐标原点的切线与曲线$y=f(x)$的公共点的坐标．

17.$($本小题$15$分$)$已知函数$f(x)=\frac{ax}{e^{x}}+blnx+2c\sqrt[ ]{x}$．

$(1)$若$a=b=1$，$c=0$，求$f′(1)$；

$(2)$若$a=c=0$，函数$f(x)$在$x=1$处的切线方程为$y=3x+d$，求$b+d$的值；

$(3)$若$a=b=0$，$c=1$，求曲线$y=f(x)$与曲线$(x−1)^{2}+y^{2}=4$的共同的切线方程．

18.$($本小题$17$分$)$
已知函数$f(x)=lnx+\frac{x^{2}}{2}−ax$．
$(1)$当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程$;$
$(2)$已知$f(x)$有两个极值点．
(ⅰ)求$a$的取值范围$;$
(ⅱ)若$f(x)$的极小值小于$ln2−3$，求$f(x)$的极大值的取值范围．

19.$($本小题$17$分$)$
记$f′(x)$，$g′(x)$分别为函数$f(x)$，$g(x)$的导函数．若存在$x\_{0}\in R$，满足$f(x\_{0})=g(x\_{0})$且$f′(x\_{0})=g′(x\_{0})$，则称$x\_{0}$为函数$f(x)$与$g(x)$的一个“$S$点”．
$(1)$证明：函数$f(x)=x$与$g(x)=x^{2}+2x−2$不存在“$S$点”；
$(2)$若函数$f(x)=ax^{2}−1$与$g(x)=lnx$存在“$S$点”，求实数$a$的值；
$(3)$已知函数$f(x)=−x^{2}+a$，$g(x)=\frac{be^{x}}{x}.$对任意$a>0$，判断是否存在$b>0$，使函数$f(x)$与$g(x)$在区间$(0,+\infty )$内存在“$S$点”，并说明理由．