学校＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

炎德·英才大联考雅礼中学2025届高三月考试卷(六)

数　　学

命题人:刘晖　刘志涛　　审题人:李云皇

得分:＿＿＿＿＿＿＿＿

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共6页.时量120分钟,满分150分.

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设集合$P=\{y|y=e^x+1\}$,$M=\{x|y=\log_2(x-2)\}$,则集合M与集合P的关系是

A. $M=P$　　B. $P\in M$　　C. $M\subseteq P$　　D. $P\subseteq M$

2.抛物线$x^2=-2\sqrt{2}y$的焦点坐标为

A. $(-\sqrt{2},0)$　　B. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　C. $(0,-\sqrt{2})$　　D. $\left(0,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3.已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(2,-2)$,$\boldsymbol{c}=(m,-1)$,若$\boldsymbol{c}/\!/(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则$m=$

A. -2　　B. -1　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

4.已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_{10}=0$,$S_6=2S_3+18$,则$a_1=$

A. 1　　B. -9　　C. 10　　D. -10

5.已知$\sin(\alpha-\beta)=2\cos(\alpha+\beta)$,$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}$,则$\tan\alpha-\tan\beta=$

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{5}{3}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{6}{5}$

6.从1,2,3,4,5中随机选取三个不同的数,若这三个数之积为偶数,则它们之和大于8的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$

7.已知一个球与某圆台的上下底面和侧面均相切,若圆台的侧面积为16π,上下底面面积之比为1∶9,则该球的表面积为

A. 12π　　B. 14π　　C. 10π　　D. 18π

8.已知函数$f(x)=\begin{cases}x|\ln x|, x>0,\\-xe^x, x<0,\end{cases}$若函数$g(x)=f(x)-|x^2-kx|$恰有3个零点,则实数$k$的取值范围为

A. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup[1,+\infty)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 下列关于$(1-\sqrt{x})^{10}$的说法，正确的是

A. 展开式的各二项式系数之和是 1024　　B. 展开式各项系数之和是 1024

C. 展开式的第 5 项的二项式系数最大　　D. 展开式的第 3 项为 $45x$

10. 已知函数 $f(x)=a\sin x+\cos x$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$对称，下列结论正确的是

A. $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$是奇函数

B. $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

C. 若 $f(x)$在$[-m,m]$上单调递增，则 $0<m\leqslant\frac{\pi}{3}$

D. $f(x)$的图象与直线 $y=2x+\frac{\pi}{3}$只有一个公共点

11. 设过原点且倾斜角为 60°的直线与双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右支分别交于 A，B 两点，F 是双曲线 C 的焦点，若$\triangle ABF$ 的面积大于$\sqrt{6a^2(a^2+b^2)}$，则双曲线 C 的离心率的取值可以是

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 3

答题卡

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	得分
答 案												

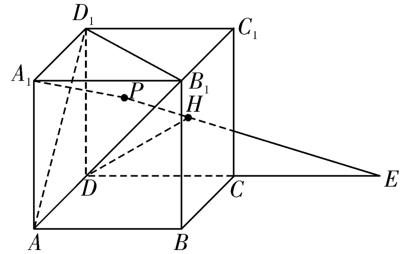
第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知复数 $z=\frac{2+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则$|z|=$_________.

13. 已知 $\log_a b+4\log_b a=4$，则$\frac{a^2}{2b}$的值为___________.

14. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，延长 DC 至 E 使得 $CE=DC$，点 P 在平面 AB_1D_1 上，过点 D 作 $DH\perp PE$ 于点 H，满足 $PH=3$，$HE=15$，则 $A_1P=$________.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 13 分）

已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足 $a_na_{n+1}=a_n+2$，$a_1=\frac{11}{7}$，$\frac{1}{a_n-2}=b_n-\frac{1}{3}$.

（1）证明：数列$\{b_n\}$是等比数列；

（2）设 $x_n=\frac{1}{\log_4|b_n|\cdot\log_4|b_{n+1}|}$，求数列$\{x_n\}$的前 n 项和 S_n.

16.（本小题满分 15 分）

记$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\cos^2C+\cos^2B-\cos^2A=1-\sin C\sin B$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若点 D 是边 BC 中点，且 $c\sin\angle BAD+b\sin\angle CAD=\frac{\sqrt{3}}{2}bc$，求$\triangle ABC$ 面积的最大值.

17.(本小题满分 15 分)

如图 1,在$\triangle ABC$中,$AB=BC=2$,$\angle B=\frac{2\pi}{3}$,E为AC的中点,现将$\triangle ABC$及其内部以边AB为轴进行旋转,得到如图 2 所示的新的几何体,点O为点C在旋转过程中形成的圆的圆心,点C'为圆O上任意一点.

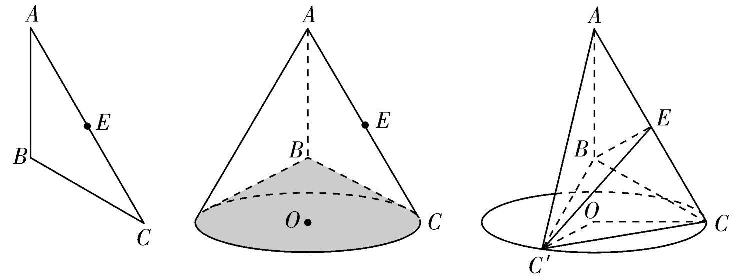


图1　　图2　　图3

(1)求新的几何体的体积;

(2)记EC'与底面OCC'所成角为θ,求$\sin\theta$的取值范围;

(3)当$\angle COC'=\frac{\pi}{2}$时,求点$A$关于平面$BEC'$的对称点$M$到平面$BCC'$的距离.

18.(本小题满分 17 分)

有 $2n$ 朵花围绕在一个圆形花圃周围，现要将其两两配对绑上缎带作为装饰，缎带之间互不交叉，例如：$n=2$ 时，共有 4 朵花，以 1,2,3,4 表示，绑上缎带的两朵用一条线连接，共有 2 种方式，如图 1,2 所示.

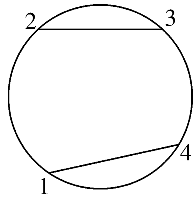


图1

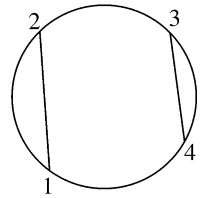


图2

(1)当 $n=3$ 时，求满足要求的绑缎带方法总数；

(2)已知满足要求的每一种绑法出现的概率都相等，如 $n=2$ 时，出现图 1 和图 2 所示方法的概率均为 $\frac{1}{2}$. 记一次绑法中，共有 Y 对相邻的两朵花绑在一起.

(ⅰ)当 $n=4$ 时，求 Y 的分布列和期望；

(ⅱ)已知：对任意随机变量 $X_i(i=1,2,\cdots,m,m\in\mathbf{N}^*)$，有 $E(\sum\limits_{i=1}^{m}X_i)=\sum\limits_{i=1}^{m}E(X_i)$. 记满足条件的绑缎带方法总数为 a_{2n}，Y 的期望为 E_{2n}. 求 $E_2\cdot E_4\cdot\cdots\cdot E_{2n}$(用 n 和 a_{2n} 表示).

19.（本小题满分 17 分）

已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$，其中 a,b,c 是常数.

(1)当 $a=1,b=0,c=-1$ 时，求 $y=f(x)$ 单调性及对称中心；

(2)当 $a=c=0,b=1$ 时，正方形 $ABCD$ 有三个顶点在函数 $y=f(x)$ 的图象上，求正方形 $ABCD$ 面积的最小值；

(3)当 $a=1,b=0$ 时，函数 $y=f(x)$ 的图象上有且仅有一个内接正方形，求 c 的值与正方形的边长.