江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高三数学学科导学案
直线与圆

研制人：邓迎春　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：____________学号：_________授课日期：

【考情分析】

高考对直线与圆的考查：①直线的倾斜角与斜率、直线方程的求法、两条直线的位置关系、距离公式、对称问题等；②圆的标准方程与一般方程的求法，直线与圆、圆与圆的位置关系的判断，重视直线与圆相交所得弦长及相切所得切线的问题．考查以单选题、多选题、填空题为主，难度较小或中等．

【真题感悟】

1．(2022·全国甲卷)设点 M 在直线 $2x+y-1=0$ 上，点 $(3,0)$ 和 $(0,1)$ 均在圆 M 上，则圆 M 的方程为__________．

2．（2023·新高考I卷）若过点 $(0,-2)$ 且与圆 $x^2+y^2-4x-1=0$ 相切的两条直线的夹角为 α，则 $\sin\alpha=$（　）

A．1　　B．$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

3．（2024·全国甲卷）已知 b 是 a,c 的等差中项，直线 $ax+by+c=0$ 与圆交于 A,B 两点，则 AB 长的最小值为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. $2\sqrt{5}$ $x^2+y^2+4y-1=0$

4．（多选题）（2023·北京卷）设 a，b 为实数，已知圆 O：$x^2+y^2=9$，点 $Q(a,b)$ 在圆 O 外，以线段 OQ 为直径作圆 M，与圆 O 相交于 A，B 两点．下列说法中正确的有（　）

A．当 $QA=QB=4$ 时，点 Q 的轨迹方程为 $x^2+y^2=5$

B．当 $a=-4$，$b=-3$ 时，直线 AB 的方程为 $4x+3y+9=0$

C．当 $a=-4$，$b=-3$ 时，$\cos\angle AOB=-\dfrac{7}{25}$

D．若圆 O 上总存在两个点到点 Q 的距离为 1，则 $9<a^2+b^2<16$

【典例导引】

考向 1　直线与圆的方程及性质

例 1. （1）已知圆 C 与两坐标轴及直线 $x+y-2=0$ 都相切，且圆心在第二象限，则圆 C 的方程为（　）

A．$\left(x+\sqrt{2}\right)^2+\left(y-\sqrt{2}\right)^2=\sqrt{2}$　　B．$\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2=2$

C．$\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2=\sqrt{2}$　　D．$\left(x+\sqrt{2}\right)^2+\left(y-\sqrt{2}\right)^2=2$

（2）已知抛物线 $y=x^2-ax-3(a\in\mathrm{R})$ 与 x 轴的交点分别为 A,B，点 $C(0,-3)$．若过 A,B,C 三点的圆与 y 轴的另一个交点为 $D(0,b)$，则 $b=$______．

考向 2　位置关系的判断与证明

例 2.（1）（多选）（2023·湖南永州二模）已知圆C_1：$(x-1)^2+(y-3)^2=12$与圆C_2：$(x+1)^2+(y-m)^2=4$，则下列结论正确的有（　　）

A．若圆C_2与x轴相切，则$m=\pm 4$

B．直线$kx-y-2k+1=0$与圆C_1始终有两个交点

C．若$m=-3$，则圆C_1与圆C_2相离

D．若圆C_1与圆C_2存在公共弦，则公共弦所在的直线方程为$4x+(6-2m)y+m^2+2=0$

（2）从点$P(2,3)$射出两条光线的方程分别为：$l_1:4x-3y+1=0$和$l_2:3x-4y+6=0$，经x轴反射后都与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=1$相切，则$a+b=$__________.

考向 3　最值问题、隐圆问题

例 3.（1）（多选）已知点M在圆$x^2+y^2+2x-3=0$上，点$P(0,1)$，$Q(1,2)$则(　　)

A．存在点M，使得$MP=1$　　B．$\angle MQP\leqslant\frac{\pi}{4}$

C．存在点M，使得$MP=MQ$　　D．$MQ=\sqrt{2}MP$

（2）（2023·全国乙卷）已知圆 O 的半径为 1，直线PA与圆 O 相切于点A，直线PB与圆 O 交于B，C两点，D为BC的中点.若$PO=\sqrt{2}$，则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PD}$的最大值为（　　）

A．$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$2+\sqrt{2}$

（3）已知$A(-1,0),B(0,1)$，M是平面内一动点，且$\frac{MA}{MB}=\sqrt{2}$，则点M的轨迹方程为________；若点P在圆$C:(x-2)^2+y^2=36$上，则$2PA+PB$的最小值是__________.

（4）已知圆$C:x^2+y^2=1,A(4,a),B(4,-a)$，若圆$C$上有且仅有一点$P$，使得$PA\perp PB$，则正实数$a$的取值为（　）

A．2 或 4　　B．2 或 3　　C．4 或 5　　D．3 或 5

江苏省仪征中学2024-2025学年度第二学期高三数学学科作业
直线与圆

研制人：邓迎春　　审核人：陈宏强

班级：__________ 姓名：__________学号：________时长：60分钟

1．（多选）（2024·北京海淀区三模改编）已知直线$l:ax+\left(a+1\right)y+2=0$，圆$O:x^2+y^2=16$，则（　　）

A．对任意实数a，直线l与圆O有两个不同的公共点

B．当且仅当$a=-\frac{1}{2}$时，直线l被圆O所截弦长为$4\sqrt{2}$

C．对任意实数a，圆O不关于直线l对称

D．存在实数a，使得直线l与圆O相切

2．（多选）（2023·福建泉州二模）圆$M:x^2+y^2+2x-4y+3=0$关于直线$2ax+by+6=0$对称，记点$P\left(a,b\right)$，则（　　）

A．点P的轨迹方程为$x-y-3=0$　　B．以PM为直径的圆过定点$Q\left(2,-1\right)$

C．PM长的最小值为6　　D．若直线PA与圆M切于点A，则$PA\geq 4$

3．（2023·浙江嘉兴三模）在平面直角坐标系中，圆$C:x^2+\left(y-1\right)^2=1$，直线$y=a\left(x+1\right)$与圆$C$交于$A,B$两点，$a\in\left(0,1\right)$，则当$\Delta ABC$的面积最大时，$a=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$2-\sqrt{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

4．（2023·山东聊城三模）在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=30°$，点D在边BC上，且$BD=3$．若$AB=2AD$，则CD长度的最大值为（　　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

5．（多选）（2023·福建莆田二模）已知圆$C:(x-2)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$，点$A(0,1)$，$B(4,4)$，点$M$在$x$轴上，则下列结论正确的有（　　）

A．点B不在圆C上　　B．y轴被圆C截得的弦长为3

C．A，B，C三点共线　　D．$\angle AMB$的最大值为$\frac{\pi}{2}$

6．（多选）在平面直角坐标系中，已知点$A\left(-4,0\right),B\left(2,0\right)$，点$M$满足$MA=2MB$，则下列说法正确的有（　　）

A．ΔAMB面积的最大值为12　　B．$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的最大值为72

C．若点$Q\left(8,8\right)$，则$MA+2MQ$的最小值为10　　D．当点M不在x轴上时，MO始终平分$\angle AMB$

7．（2023·山东潍坊三模）已知圆$C:x^2+y^2-4x\cos\theta-4y\sin\theta=0$，则与圆$C$总相切的圆$D$的方程是________．

8.（多选题）（2023·重庆统考二模）已知点$A\left(-2,-3\right)$，$B\left(-2,9\right)$，圆C：$x^2+y^2-4x+m=0$．若在圆C上存在唯一的点Q，使得$\angle AQB=90^\circ$，则m的值可以为（　　）

A．3　　B．-21　　C．-93　　D．-117

9．已知圆M与x轴相切于点（a，0），与y轴相切于点（0，a），且圆心M在直线$3x-y-6=0$上．过点P（2，1）的直线与圆M交于$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点，C是圆M上的动点．

（1）求圆M的方程.

（2）若直线AB的斜率不存在，求△ABC面积的最大值.

（3）是否存在弦AB被点P平分？若存在，求出直线AB的方程；若不存在，说明理由.

10．已知点$M(x,y)$与两个定点$M_1(26,1)$，$M_2(2,1)$之间的距离的比为$5:1$，记点M的轨迹为曲线C.

（1）求点M的轨迹C的方程，并说明轨迹C是什么图形；

（2）过点$Q(-2,3)$的直线l被轨迹C所截得的线段的长为8，求直线l的方程.

11．（2023·福建泉州三模）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别为$A$，$B$．直线$l$与$C$相切，且与圆$O:x^2+y^2=4$交于$M$，$N$两点，其中$M$在$N$的左侧.

（1）若$MN=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，求l的斜率；

（2）记直线AM,BN的斜率分别为k_1,k_2，证明：k_1k_2为定值.