**2024-2025学年高二数学——试卷2**

一、单选题：共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.直线*l*过点$A(−4,\sqrt[ ]{3})$、$B(−1,0)$，则*l*的倾斜角为(    )

A. $30^{∘}$ B. $60^{∘}$ C. $120^{∘}$ D. $150^{∘}$

2.已知等差数列$\left\{a\_{n}\right\}$，记$S\_{n}$为数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和，若$a\_{1}=1$，$S\_{7}=5a\_{5}$，则数列$\left\{a\_{n}\right\}$的公差$d=$(    )

A. $1$ B. $2$ C. $−1$ D. $−2$

3.直线$ax+2y−6=0$与直线$3x+\left(a+5\right)y+3=0$平行，则$a=($    $)$

A. $−6$ B. 1 C. $−6$或1 D. 3

4.已知圆*C*的圆心在*x*轴上且经过$A(1,1)$，$B(2,−2)$两点，则圆*C*的标准方程是$($    $)$

A. $(x−3)^{2}+y^{2}=5$ B. $(x−3)^{2}+y^{2}=17$

C. $(x+3)^{2}+y^{2}=17$ D. $x^{2}+(y+1)^{2}=5$

5.已知直线$x−4y+9=0$与椭圆$\frac{x^{2}}{16}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(0<b<4\right)$相交于$A,B$两点，椭圆的两个焦点是$F\_{1}$，$F\_{2}$，线段*AB*的中点为$C\left(−1,2\right)$，则$△CF\_{1}F\_{2}$的面积为(    )

A. $2\sqrt[ ]{2}$ B. $4\sqrt[ ]{2}$ C. $2\sqrt[ ]{3}$ D. $4\sqrt[ ]{3}$

6.在平面直角坐标系*xOy*中，已知圆*C*：，点，若圆*C*上存在点*M*使得，则实数$a$的取值范围是(    )

A. ![[1,3]]() B. ![[0,4]]() C. ![[1,4]]() D. ![[0,3]]()

7.已知等差数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前*n*项和为$S\_{n}$，若数列$\left\{b\_{n}\right\}$满足：对任意的$n\in N^{∗}$，都有$a\_{n}+b\_{n}=n−1$，且$S\_{n}=b\_{n}^{2}$，则$a\_{10}=($    $)$

A. 10 B. 19 C. 20 D. 39

8.$F\_{1}$，$F\_{2}$分别是椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点，过$F\_{2}$作直线交椭圆于*A*，*B*两点，已知$AF\_{1}⊥BF\_{1}$，$ ∠ABF\_{1}=30^{∘}$，则椭圆的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{6}−\sqrt[ ]{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{6}−\sqrt[ ]{3}}{2}$ C. $\sqrt[ ]{6}−\sqrt[ ]{2}$ D. $\sqrt[ ]{6}−\sqrt[ ]{3}$

二、多选题：本题共**3**小题，共**18**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.已知，，动点*P*满足，记动点*P*的轨迹为曲线*C*，则以下选项正确的有( )

A．曲线*C*的方程为：

B．过*O*且被曲线*C*所截得的弦长为的直线有两条

C．曲线*C*上只有1个点到点*A*的距离为

D．若*D*，*E*为曲线*C*上的两点，且，则的最大值为

10.记等差数列$\{a\_{n}\}$的前*n*项和为$S\_{n}$，数列$\{\frac{S\_{n}}{n}\}$的前*k*项和为$T\_{k}$，已知当且仅当$n=7$时，$S\_{n}$取得最大值，则$($     $)$

A. 若$S\_{6}<S\_{8}$，则当且仅当$k=14$时，$T\_{k}$取得最大值

B. 若$S\_{6}>S\_{8}$，则当且仅当$k=15$时，$T\_{k}$取得最大值

C. 若$S\_{6}=S\_{8}$，则当$k=13$或$k=14$时，$T\_{k}$取得最大值

D. 若$∃m\in N^{∗}$，$S\_{m}=0$，则当$k=13$或$k=14$时，$T\_{k}$取得最大值

11.已知点$P(0,−2)$，$Q(0,2)$，动点$M(x,y)$与*P*、*Q*两点连线的斜率分别为$k\_{1}$、$k\_{2}$，且$k\_{1}k\_{2}=λ(λ$为常数$)$，下列结论正确的有$($   $)$

A. 若$λ<0$，则动点$M(x,y)$一定在椭圆上

B. 若$λ>0$，则动点$M(x,y)$一定在双曲线上，且双曲线的焦点在*y*轴

C. 若$λ=−4$，则$x+y$的取值范围是$[−\sqrt[ ]{5},\sqrt[ ]{5}]$

D. 若$λ=−1$，*O*为坐标原点，且直线$x+y+t=0$上的存在点*A*使得$∠OAM=30^{∘}$，则$−4\sqrt[ ]{2}\leq t\leq 4\sqrt[ ]{2}$

三、填空题：本题共**3**小题，每小题**5**分，共**15**分。

12.数列$\left\{a\_{n}\right\}$中，Sn是其前n项和，若$a\_{1}=1$，$ a\_{n+1}=\frac{1}{3}S\_{n} $(n≥1)，则数列$\left\{a\_{n}\right\}$的通项公式为 。

13.在平面直角坐标系*xoy*中，已知 *B*，*C* 为圆$x^{2}+y^{2}=9$上两点，点$A(1,1)$，且$AB⊥AC$，则线段 *BC* 的长的取值范围为           .

14.已知双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，点*P*在双曲线*C*上，

且满足$\vec{F\_{1}F\_{2}}⋅\vec{PF\_{2}}=0$，倾斜角为锐角的渐近线与线段$PF\_{1}$交于点*Q*，且$\vec{F\_{1}P}=4\vec{QP}$，则$\frac{PF\_{1}}{PF\_{2}}$的值为           .

四、解答题：本题共**5**小题，共**60**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.$($本小题13分$)$已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$是首项为2，各项均为正数的等比数列，且$a\_{4}$是$6a\_{2}$和$a\_{3}$的等差中项.

$(1)$求$\left\{a\_{n}\right\}$的通项公式；

$(2)$若数列$\left\{b\_{n}\right\}$满足$b\_{n}=\frac{1}{log\_{2}a\_{n}⋅log\_{2}a\_{n+1}}$，求$\left\{b\_{n}\right\}$的前2024项和$T\_{2024}.$

16.$($本小题15分$)$已知抛物线*C*：$y^{2}=2px(p>0)$的焦点为*F*，点*M*在抛物线*C*上，若$ΔOFM$的外接圆与抛物线*C*的准线相切，且该圆的面积为$\frac{9π}{16}.$

$(1)$求抛物线*C*的方程；

$(2)$过焦点*F*的两条直线分别与抛物线*C*交于*A*、*B*和*C*、*D*，若$AB⊥CD$，求四边形*ABCD*面积的最小值．

17.$($本小题15分$)$已知数列$a\_{n}$的前$n$项和为$S\_{n}$，$a\_{1}=−\frac{9}{4}$，且$4S\_{n+1}=3S\_{n}−9(n\in N^{∗}).$

$(1)$求数列$a\_{n}$的通项公式；

$(2)$设数列$\{b\_{n}\}$满足$3b\_{n}+(n−4)a\_{n}=0(n\in N^{∗})$，记$\{b\_{n}\}$的前项和为$T\_{n}$，若$T\_{n}\leq λb\_{n}$对任意$n\in N^{∗}$恒成立，求实数$λ$的取值范围．

18.$($本小题17分$)$已知圆$M:x^{2}+(y−2)^{2}=1$，直线$l:x−y−1=0$，点*P*在直线*l*上.

$(1)$求$PO^{2}+PM^{2}$的取值范围；

$(2)$过点*P*引圆*M*的两条切线*PA*、*PB*，切点为*A*、$B.$

$(i)$求四边形*MAPB*面积的最小值；

$(ii)$设*AB*中点为*N*，是否存在定点*Q*使得$|NQ|$为定值，若存在，求出*Q*点坐标，若不存在，请说明理由.

19.$($本小题17分$)$如果一条双曲线的实轴以及虚轴分别是另一条双曲线的虚轴及实轴，则称两条双曲线共轭．在平面直角坐标系*xOy*中，双曲线$C:\frac{x^{2}}{4}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(b>0)$的离心率为$\sqrt[ ]{5}$，设双曲线*C*的共轭双曲线为$C′.$

$(1)$求双曲线$C′$的标准方程；

$(2)$若双曲线*C*的切线*l*与$C′$以及两条渐近线自上而下依次交于点*A*，*E*，*F*，*B*，

求证：$(i)S\_{△AOB}$为定值； $(ii)AE=BF.$