**2024-2025学年高二数学——综合练习（2）**

一、单选题：

1.已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$是等比数列，且$a\_{3}+a\_{5}=3$，则$a\_{2}a\_{4}+2a \_{4}^{2}+a\_{4}a\_{6}$的值为(    )

A. $3$ B. $6$ C. $9$ D. $36$

2.已知双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的右顶点为$A$，右焦点为$F$，$B$为双曲线在第二象限上的一点，$B$关于坐标原点$O$的对称点为$C$，直线$CA$与直线$BF$的交点$M$恰好为线段$BF$的中点，则双曲线的离心率为(     )

A. $2$ B. $3$ C. $\sqrt[ ]{2}$ D. $\sqrt[ ]{3}$

二、多选题：

3.过点$P\left(2,1\right)$作圆$O$：$x^{2}+y^{2}=1$的切线，切点分别为$A,B$，则下列说法正确的是(    )

A. $\left|PA\right|=\sqrt[ ]{3} $

$ $B. 四边形$PAOB$的外接圆方程为$x^{2}+y^{2}=2x+y$
C. 直线$AB$方程为$y=−2x+1 $

$ $D. 三角形$PAB$的面积为$\frac{8}{5}$

4.已知等比数列$\left\{a\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，公比为$q$，且满足$a\_{3}=8$，$a\_{n+1}=S\_{n}+c$，则(    )

A. $a\_{1}=2 $

B. 若$b\_{n}=\frac{a\_{n}}{\left(a\_{n}−1\right)\left(a\_{n}+1\right)}$，则$b\_{1}+b\_{2}+\cdots +b\_{n}=1−\frac{1}{2^{n}+1}$
C. $c=2 $

D. 若$b\_{n}=\frac{a\_{n}}{2024}$，则当$b\_{1}b\_{2}\cdots b\_{n}$最小时，$n=10$

三、填空题：

5.椭圆$\frac{x^{2}}{m}+\frac{y^{2}}{4}=1$的焦距为$2$，则$m=$          ．

6.定义：在数列$\left\{a\_{n}\right\}$中，$\frac{a\_{n+2}}{a\_{n+1}}−\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}=d\left(n\in N^{∗}\right)$，其中$d$为常数，则称数列$\left\{a\_{n}\right\}$为“等比差”数列，已知“等比差”数列$\left\{a\_{n}\right\}$中，$a\_{1}=a\_{2}=1$，$a\_{3}=3$，则$\frac{a\_{12}}{a\_{10}}=$           ．

四、解答题：

7.已知正项数列$\left\{a\_{n}\right\}$和$\left\{b\_{n}\right\}$满足：$a\_{1}=2b\_{1}=2,a\_{n+1}^{2}−a\_{n+1}a\_{n}+a\_{n+1}=2a\_{n}^{2}+2a\_{n}$，$b\_{n+1}=b\_{n}+\frac{1}{n^{2}+n},n\in N^{∗}$．

$(1)$求数列$\left\{a\_{n}\right\}$和$\left\{b\_{n}\right\}$的通项公式； $(2)$设$c\_{n}=\frac{1}{a\_{n}\left(2−b\_{n}\right)}$，求数列$\left\{c\_{n}\right\}$的前$n$项和$T\_{n}$．

8.已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足$a\_{1}=1$，$a\_{n}+a\_{n−1}=2n−1(n\geq 2)$．

$(1)$求数列$\left\{a\_{n}\right\}$的通项公式；

$(2)$若数列$\left\{b\_{n}\right\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，$b\_{n}=\left\{\begin{matrix}a\_{n},n=2k−1(k\in N^{∗})\\2^{a\_{n}},n=2k(k\in N^{∗})\end{matrix}\right.$，求$S\_{2n−1}$；

$(3)$设$T\_{n}=\frac{1}{\sqrt[ ]{a\_{1}}}+\frac{1}{\sqrt[ ]{a\_{2}}}+\cdots +\frac{1}{\sqrt[ ]{a\_{n}}}$，求$[T\_{2024}]$的值$($其中$[x]$表示不超过$x$的最大整数$)$．

9.已知圆$M$经过$A\left(2\sqrt[ ]{2},2\sqrt[ ]{2}\right),B\left(2\sqrt[ ]{2},−2\sqrt[ ]{2}\right),C\left(−4,0\right),D\left(2\sqrt[ ]{2},0\right)$中的三点，且半径最大．

$(1)$求圆$M$的方程；

$(2)$过点$E\left(2,0\right)$的直线与圆$M$交于$P,Q$两点$(P$在$x$轴上方$)$，在$x$轴上是否存在定点$N$，使得$x$轴平分$∠PNQ$？若存在，请求出点$N$的坐标；若不存在，请说明理由．

10.已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1},F\_{2}$，离心率$e=\frac{\sqrt[ ]{2}}{2},P$为椭圆上一动点，$△PF\_{1}F\_{2}$面积的最大值为$2$．

$(1)$求椭圆$E$的方程；

$(2)$若$C,D$分别是椭圆$E$长轴的左、右端点，动点$M$满足：$MD⊥CD$，连接$CM$交椭圆于点$N,O$为坐标原点，证明：$\vec{OM}⋅\vec{ON}$为定值；

$(3)$若点$Q$为圆$x^{2}+y^{2}=8$上的动点，点$R\left(0,4\sqrt[ ]{2}\right)$，求$|QR|+|QP|−\left|PF\_{2}\right|$的最小值．

