2024-2025学年第一学期高二数学期末复习讲义——综合练习（1）

一、单选题：

1.“数列$\{log\_{3}a\_{n}\}$是等差数列”是“数列$\{a\_{n}\}$为等比数列的$($     $)$条件

A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 既不充分也不必要 D. 充要

2.已知$P$为抛物线$C:y^{2}=4x$上的一动点，过$P$作$y$轴的垂线，垂足为$B$，点$Q$是圆$A:x^{2}+(y−4\sqrt[ ]{3})^{2}=1$上的一动点，则$|PQ|+|PB|$的最小值为(    )

A. $8$ B. $7$ C. $6$ D. $5$

二、多选题

3.已知点$A(0,4)$，$B(2,2)$，直线$l$：$kx+y−2k−2=0$，$M$为圆$C$：$(x−3)^{2}+(y−3)^{2}=4$上的动点，下列选项中正确的是(    )

A. 若圆$C$关于$l$对称，则$k=1$ B. $l$与圆$C$总有公共点
C. $△MAB$面积的最大值为$2+2\sqrt[ ]{2}$ D. $△MAB$面积的最小值为$2+2\sqrt[ ]{2}$

4.已知数列$\{a\_{n}\}$的前n项和为$S\_{n}$，满足$a\_{1}=3$，且$3(n+1)a\_{n}−na\_{n+1}=0(n\in N^{∗})$，则下列结论中

正确的是（ ）



三、填空题：

5.设$F\_{1}$，$F\_{2}$是双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，点$A$是$C$右支上一点，若$△AF\_{1}F\_{2}$的内切圆的圆心为$M$，半径为$a$，且存在$λ\in R$，使得$\vec{AM}+2\vec{OM}=λ\vec{OF\_{2}}$，则$C$的离心率为          ．

1. 某校$100$名学生军训时进行队列训练，规则如下：从左到右按照序号$1$至$100$排列，进行$1$至$2$报数，报到$2$的同学向前一步$;$把向前走一步的$50$位同学从左到右按照序号$1$至$50$排列，进行$1$至$2$报数，报到$2$的同学向前一步$;$把向前走一步的$25$位同学从左到右按照序号$1$至$25$排列，进行$1$至$2$报数，报到$2$的同学向前一步$;$依次类推，直到剩下一位同学为止$.$问走到最前面的同学第一次的序号是          号，如果这位同学把每次的序号记住，则这位同学的所有序号之和是          ．

四、解答题：

7.已知等差数列$\{a\_{n}\}$的首项$a\_{1}=1$，且满足$\frac{1}{a\_{1}a\_{2}}+\frac{1}{a\_{2}a\_{3}}=\frac{2}{5}$．

$(1)$求数列$\{a\_{n}\}$的通项$a\_{n}$；

$(2)$若$b\_{n}=\frac{1}{\sqrt[ ]{a\_{n}}+ \sqrt[ ]{a\_{n} \_{+} \_{1}}}$，记数列$\{b\_{n}\}$的前$n$的和为$T\_{n}$，求满足$T\_{n}\geq 4$的最小整数$n$．

8.记$S\_{n}$为数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和，且$4S\_{n}=3a\_{n}+4$．

$(1)$证明：数列$\{S\_{n}−1\}$为等比数列$;$

$(2)$求数列$\{(−1)^{n−1}⋅\frac{na\_{n}}{4}\}$的前$n$项和$;$

$(3)$数列$\{b\_{n}\}$的前$n$项和为$T\_{n}$，且$b\_{n}=\frac{(−1)^{n+1}(2n+3)}{n(n+1)a\_{n+2}}(n\in N^{∗})$，求证：$T\_{n}<\frac{1}{12}$．

9.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$过点$(\sqrt[ ]{3},\frac{\sqrt[ ]{6}}{3})$，且离心率为$\frac{2\sqrt[ ]{2}}{3}$．

$(1)$求椭圆$C$的标准方程$;$

$(2)$已知动圆$M$与椭圆$C$相交于$A$，$B$，$C$，$D$四个不同的点，直线$AB$，$CD$相交于点$P(4,m)$，记直线$AB$，$CD$的斜率分别为$k\_{1}$，$k\_{2}$．

$ ①$比较$|PA|⋅|PB|$与$|PC|⋅|PD|$的大小$($不要给出证明$);$

$ ②$试问$k\_{1}+k\_{2}$是否为定值，如果为定值，求出定值$;$如果不为定值，请说明理由．

10.已知$F$是双曲线$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左焦点，且$C$的离心率为$2$，焦距为$4.$过点$F$分别作斜率存在且互相垂直的直线$l\_{1}$，$l\_{2}.$若$l\_{1}$交$C$于$A$，$B$两点，$l\_{2}$交$C$于$D$，$E$两点，$P$，$Q$分别为$AB$与$DE$的中点，分别记$△OPQ$与$△FPQ$的面积为$S\_{1}$与$S\_{2}$．

$(1)$求$C$的方程；

$(2)$当$l\_{1}$斜率为$1$时，求直线$PQ$的方程；

$(3)$求证：$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}$为定值．