2024-2025学年第一学期高二数学天天练59

1.$2020$年$7$月$23$日，“天问一号”在中国文昌航天发射场发射升空，经过多次变轨后于$2021$年$5$月$15$日实现软着陆火星表面$.$如图，在同一平面内，火星轮廓近似看成以$O$为圆心、$R\_{1}$为半径的圆，轨道Ⅰ是以$M$为圆心、$R\_{2}$为半径的圆，着陆器从轨道Ⅰ的$A$点变轨，进入椭圆形轨道Ⅱ后在$C$点着陆$.$已知直线$AC$经过$O$，$M$，与圆$O$交于另一点$B$，与圆$M$交于另一点$D$，若$O$恰为椭圆形轨道Ⅱ的上焦点，且$\frac{R\_{1}}{R\_{2}}=\frac{3}{5}$，$AB=3CD$，则椭圆形轨道Ⅱ的离心率为(    )

 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

2.已知等比数列$\{a\_{n}\}$的前$n$项和为$S\_{n}$，则下列说法一定正确的是(    )

A. 若$S\_{2023}>0$，则$a\_{1}>0$ B. 若$S\_{2024}>0$，则$a\_{1}>0$
C. 若$S\_{2023}>0$，则$a\_{2}>0$ D. 若$S\_{2024}>0$，则$a\_{2}>0$

3.（多选）已知$O$为坐标原点，点$A(2,1)$在抛物线$C$：$x^{2}=2py(p>0)$上，抛物线的焦点为$F$，过点$B(0,−1)$的直线$l$交抛物线$C$于$P$，$Q$两点$($点$P$在点$B$，$Q$的之间$)$，则(    )

A. 直线$AB$与抛物线$C$相切 B. $\vec{OP}⋅\vec{OQ}=6$
C. 若$P$是线段$BQ$的中点，则$2\left|PF\right|=\left|QF\right| $D. 存在直线$l$，使得$|PF|+|QF|=2|BF|$

4.已知两个等差数列{*an*}：5,8,11，…与{*bn*}：3,7,11，…，它们的公共项组成数列{*cn*}，则数列{*cn*}的通项公式为*cn*＝\_\_ \_\_；若数列{*an*}和{*bn*}的项数均为100，则{*cn*}的项数是\_\_ \_\_．

5.已知数列$\left\{a\_{n}\right\}$的各项均大于1，其前*n*项和为$S\_{n}$，数列$\left\{a\_{n}\right\}$满足：$4S\_{n}=a\_{n}^{2}+4n−1$，$n\in N^{∗}$，数列$\left\{b\_{n}\right\}$满足$b\_{1}=−\frac{4}{9}$，且$b\_{n}+b\_{n+1}=a\_{n}⋅2^{n}$，$n\in N^{∗}.$

$(1)$证明：数列$\left\{a\_{n}\right\}$是等差数列； $\left(2\right)$求$\left\{b\_{n}\right\}$的前$2n+1$项和$T\_{2n+1}.$

6.如图，已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的长轴$AB$长为$4$，离心率为$\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$，过点$P(−4,0)$作直线$l$交椭圆于$x$轴上方两点$M$，$N$，点$M$在点$N$左侧，直线$AN$和$BM$交于点$G$．

$(1)$求点$G$的横坐标；

$(2)$若$△AGM$和$△BGN$的面积分别记为$S\_{1}$和$S\_{2}$，求$\frac{S\_{1}}{S\_{2}}$的取值范围．

 