江苏省仪征中学2024-2025学年度第一学期高三数学学科导学案
平面向量的概念及线性运算

研制人：居璇　　审核人：冯杰

班级：______________ 姓名：______________学号：__________授课日期：

【课标要求】

1. 通过对力、速度、位移等的分析，了解平面向量的实际背景，理解平面向量的意义和两个向量相等的含义，理解平面向量的几何表示和基本要素；
2. 借助实例和平面向量的几何表示，掌握平面向量加、减运算及运算规则，理解其几何意义，通过实例分析，掌握平面向量数乘运算及运算规则，理解其几何意义，理解两个平面向量共线的含义，了解平面向量的线性运算性质及其几何意义；
3. 向量共线定理：$\vec{a}$与$\vec{b}$（$\vec{a}$非零）共线的充要条件是有且只有一个实数λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$.

【基础训练】

1. 以下说法中正确的个数是(　　)

① $|\vec{a}|$ 与 $|\vec{b}|$ 是否相等与 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的方向无关； ② 两个具有公共终点的向量，一定是共线向量；③ 两个向量不能比较大小，但它们的模能比较大小； ④ 单位向量都是共线向量；⑤ 零向量的长度为 0，没有方向

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2. 对于非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，“$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=0$”是“$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3. 已知O是$\triangle ABC$所在平面内一点，D为BC边的中点，且$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$，那么(　　)

A．$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$　　B．$\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$　　C．$\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{OD}$　　D．$2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$

4. （多选）下列关于平面向量的说法中不正确的是(　　)

A．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 均为非零向量，则 $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow$存在唯一的实数 λ，使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$

B．若向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CD}$ 共线，则点 A，B，C，D 必在同一直线上

C．若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$ 且$\vec{c}\neq 0$，则 $\vec{a}=\vec{b}$

D．若点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0$

5．四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，若 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}$，则四边形 $ABCD$ 的形状为________.

【知识梳理】

1．向量的有关概念

2．向量的线性运算

3．向量共线定理

【例题精讲】

题型一　平面向量的基本(有关)概念

例 1 .下列说法正确的是(　)

A. 向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$表示同一个向量　　B. 两个有公共终点的向量是平行向量

C. 零向量与单位向量是平行向量　　D. 对任一向量$\boldsymbol{a}$，$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$是一个单位向量

变式 下列说法正确的是(　)

A. 向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$是平行向量

B. 若$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$都是单位向量，则$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

C. 若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，则 A，B，C，D 四点构成平行四边形

D. 两向量相等的充要条件是它们的始点、终点相同

题型二　向量加、减运算的几何意义运用(向量的线性运算)

例 2.在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$BC=3\sqrt{3}$，$\angle ABC=30°$，AD为边BC上的高. 若$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda=$________，$\mu=$________.

变式 设平面内有四边形$ABCD$和点O，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{d}$，若$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}$，则四边形$ABCD$的形状是________.

题型三　平面向量的线性运算

例 3. 在$\triangle ABC$中，AD为边BC上的中线，E为AD的中点，则$\overrightarrow{EB}=$（　）

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

变式 1 设点O在$\triangle ABC$所在平面内，点D是边BC的中点. 若$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，则$\triangle BOD$与$\triangle ABC$的面积之比$\frac{S_{\triangle BOD}}{S_{\triangle ABC}}=$________.

变式 2 已知点M是$\triangle ABC$所在平面内的一点，若满足$6\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{0}$，且$S_{\triangle ABC}=\lambda S_{\triangle ABM}$，则实数$\lambda$的值是________.

题型四　向量共线定理及应用

例 4. 已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$.

(1) 证明: A，B，C 三点共线;

(2) 试确定实数k，使$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$共线.

变式 已知点P是直线P_1P_2上一点，且$\overrightarrow{P_1P}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{PP_2}$，若$\overrightarrow{P_2P_1}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，则实数$\lambda=$________.

【课堂小结】