江苏省仪征中学 2024-2025 学年度第一学期高三数学学科导学案

3.2 数列的单调性

研制人：雷成才　　　审核人：陈宏强

班级：________　姓名：________　学号:________　授课日期：________

【课标表述】

了解数列的概念和几种简单的表示方法(列表、图象、通项公式)，了解数列是自变量为正整数的一类特殊函数.

一、学习目标

1. 类比函数，掌握判断数列单调性的常规方法，通过研究数列的单调性，解决数列的最值、恒成立等问题，并能认识到数列单调性是定性分析定量刻画数列变化的重要模型，能体会数列单调性在解决这类问题中的作用与价值；

2. 在解决问题的过程中，让学生体会到数列是一种特殊的函数，与函数有共同之处，又与函数有区别，感悟数学知识之间的内在联系与区别，能体会其中所蕴含的函数的思想、数形结合的理念、运动变化的观点.

二、课前自学

1. 如何判断数列单调性（**类比**函数）；

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，其前 n 项和为 S_n，则

$\{a_n\}$ 在 N^* 上单调递增的充要条件是____________.（用 a_1，d 表示）

$\{S_n\}$ 在 N^* 上单调递增的充要条件是____________.（用 a_1，d 表示）

追问：若为等比数列呢？

三、问题探究

（一）、学生活动

（1）已知数列 $a_n=(-\frac{1}{2})^n$，则数列 $\{a_n\}$ 的最大项为________；最小项为________.

（2）已知数列$b_n=\dfrac{n-\frac{5}{2}}{n-\frac{7}{2}}$，则数列$\{b_n\}$的最大项为________；最小项为________.

（3）已知数列$c_n=\dfrac{2^{n+1}}{2n-1}$，则数列$\{c_n\}$的最小项为________.

（二）、例题精讲

例题：已知公差为$d(d>1)$的等差数列$\{a_n\}$和公比为$q(q>1)$的等比数列$\{b_n\}$，若$\{a_3,a_4,a_5\}\cup\{b_3,b_4,b_5\}=\{1,2,3,4,5\}$，若使不等式$\dfrac{2a_{n+p}}{a_n}\le\dfrac{b_{n+1}+p+8}{b_n}$成立的正整数$n$恰有4个，求正整数$p$的值.

四、反馈练习

配套导学案练习 1、2、3、4、5、6、7、8

五、小结

六、配套练习（45 分钟）

（一）、单选题：

1. 已知递增等差数列$\{a_n\}$中，$a_1a_2=-2$，则a_3的（　）

A. 最大值为-4　　B. 最小值为4　　C. 最小值为-4　　D. 最大值为4或-4

2. 设a为正实数，数列$\{a_n\}$满足$a_1=a$，$a_{n+1}=a_n+\frac{4}{a_n}-2(n\in N^*)$，则（　）

A. 任意$a>0$，存在$n\geq 2$，使得$a_n<2$

B. 存在$a>0$，存在$n\geq 2$，使得$a_n<a_{n+1}$

C. 任意$a>0$，存在$m\in N^*$，使得$a_m<a_n$

D. 存在$a>0$，存在$m\in N^*$，使得$a_n=an+m$

（二）、多选题：

3. (多选)已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d>0$，前n项和是S_n，则下列四个结论中正确的是（　）

A. 数列$\{a_n\}$是递增数列

B. 数列$\{S_n\}$是递增数列

C. 数列$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$是递增数列

D. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是递增数列

（三）、填空题：

4. 已知$\{a_n\}$为递减数列，且对于任意$n\in N^*$，$a_{n+1}<a_n$恒成立，$a_n=-n^2+\lambda n$恒成立，则λ的取值范围是_________.

5. 若数列$\{a_n\}$的通项$a_n=\frac{n}{n^2+9}$，则数列$\{a_n\}$中的最大项是第_________项.

6. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=-a_n^2+ca_n-1$，若$\{a_n\}$单调递增，则实数c的取值范围_________.

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq 0$，S_n是其前n项和，若a_2，a_3，a_6成等比数列，且$S_4=-8$，当不等式$a<\frac{S_n}{2^n}\leq a+2$恒成立时，求$a$的取值范围__________________.

（四）、解答题：

8. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.已知$a_1=a$，$a_{n+1}=S_n+3^n$，$n\in N^*$.

(1)设$b_n=S_n-3^n$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)若$a_{n+1}\geq a_n$，$n\in N^*$，求a的取值范围.