江苏省仪征中学 2024-2025 学年度第一学期高三数学学科导学案
平面向量的数量积

研制人：居璇　　审核人：冯杰

班级：______________姓名：______________学号：_________授课日期：

【课标要求】

1. 通过物理中功等实例，理解平面向量数量积的概念及其物理意义，会计算平面向量的数量积；
2. 会用数量积判断两个平面向量的垂直关系，并求解两个平面向量的夹角与模。

【基础训练】

1．已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{3}{4}\pi$，若向量 $\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a},\boldsymbol{n}=4\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$，且 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$，则 $|\boldsymbol{n}|=$（　　）

A．2　　B．4　　C．8　　D．16

2．已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$(　　)

A．4　　B．3　　C．2　　D．0

3．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2，3)$，$\boldsymbol{b}=(3，2)$，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$(　　)

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$5\sqrt{2}$　　D．50

4．已知矩形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=4$，若点 M，N 满足 $\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{NC}$，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{NM}$ 等于(　　)

A．20　　B．15　　C．9　　D．6

5. 若 $|\vec{a}|=\sqrt{2}$，$|\vec{b}|=2$，且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6．(多选)在△ABC 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，在下列命题中，是真命题的为(　　)

A．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$，则△$ABC$ 为锐角三角形
B．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则△$ABC$ 为直角三角形
C．若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{b}$，则△$ABC$ 为等腰三角形
D．若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，则△$ABC$ 为直角三角形

【知识梳理】

1．向量的夹角与模

2．平面向量的数量积

3．向量数量积的运算律

【例题精讲】

题型一 平面向量的模与夹角

例 1．(1)设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$________.

(2)已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=5$，$|\boldsymbol{b}|=6$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-6$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a}，\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\rangle$ 等于(　　)

A．$-\frac{31}{35}$　　B．$-\frac{19}{35}$　　C.$\frac{17}{35}$　　D.$\frac{19}{35}$

变式 1 已知单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 45°，$k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直，则 $k=$________.

变式 2 若非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\frac{2\sqrt{2}}{3}|\boldsymbol{b}|$，且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为（　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{3\pi}{4}$　　D．π

题型二 平面向量数量积的计算

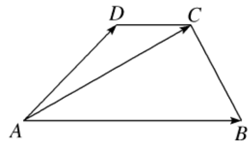
例 2．(1)在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=5$，$\angle A=30°$，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $AE=BE$，则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AE}=$________.

(2)已知 P 是边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内的一点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围是(　　)

A．(－2，6)　　B．(－6，2)　　C．(－2，4)　　D．(－4，6)

变式 1 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$CD=2$，$\angle BAD=\frac{\pi}{4}$，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$，

则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$________.



变式 2 已知 P 是边长为 2 的正方形 $ABCD$ 内的一点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的取值范围是______.

变式 3 在△ABC 中，$C=\frac{\pi}{2}$，$AC=BC=2$，M 为边 AC 的中点，若点 P 在边 AB 上运动（点 P 可与 A，B 重合），则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{CP}$的最小值为______.

【课堂小结】